

Los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática

Teaching materials and mathematics learning

Recibido el 27/ 09/ 2019. Revisión del 14/08 al 20/ 10/ 2019. Aceptado 26/10/2019

Rolando Oscco Solórzano
coordinadorinvestigacion.educacion@usdg.edu.pe
Universidad Privada Santo Domingo de Guzmán

Nilza Salome Villarreal
nvillarreal@usdg.edu.pe
Universidad Privada Santo Domingo de Guzmán
Walter Vilca Llungo
Walterv3082@hotmail.com
Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur (UNTELS)

Soledad del Rosario Olivares Zegarra
sololivares@hotmail.com
Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur (UNTELS)

Marcos Luis Quispe Pérez
mquispel@unam.edu.pe
Universidad Nacional de Moquegua (UNAM)

Resumen

Los materiales didácticos constituyen herramientas necesarias en la enseñanza de cualquier asignatura. Estos materiales son aplicables a cualquier disciplina o rama del saber, pero en el área de ciencias factuales presentan algunos rasgos distintivos, como por ejemplo, visualizar un hecho abstracto y conocer su utilidad y valor práctico en la explicación de la asignatura, apoyándose en el material. También, muchos autores al

1

referirse a ellos, emplearon el término *Medio de Enseñanza*, aunque el mismo es algo más generalizador. El siguiente trabajo, se basó en una investigación de corte aplicativo cuyo objetivo estuvo dirigido a determinar la relación existente entre los materiales didácticos y el aprendizaje de la matemática de los alumnos de Educación Superior que optan por ser profesores de esta asignatura. La muestra estuvo constituida por 20 estudiantes del primer ciclo de la carrera profesional de Educación Primaria, y de los instrumentos aplicados, se recogieron los resultados que, al tomar los más significativos, sirvieron como base para las conclusiones que se ofrecen al final.

Palabras clave: *materiales didácticos, aprendizaje, disciplina, rendimiento*

Abstract

Teaching materials are necessary tools in the teaching of any subject. These materials are applicable to any discipline or branch of knowledge, but in the area of factual sciences they present some distinctive features, such as visualizing an abstract fact and knowing its usefulness and practical value in the explanation of the subject, relying on the material. Also, many authors when referring to them, used the term Teaching Medium, although it is somewhat more generalizing. The following work was based on an application-based investigation whose objective was to determine the relationship between the teaching materials and the learning given by the mathematics of the students of Higher Education who choose to be professors of this subject. The sample consisted of 20 students of the first cycle of the Primary Education professional career, and of the instruments applied, collected the results that, by taking the most significant, served as the basis for the conclusions offered at the end.

Keywords: *teaching materials, learning, discipline, performance*

Introducción

El hecho de preparar estudiantes para el futuro ejercicio de la profesión docente en una asignatura, implica trabajar sobre particularidades específicas; lo que no quiere decir, en modo alguno, que su carrera sea más ardua que otras, tanto de ciencias como de humanidades. Sin embargo, a lo largo de los años, se ha desarrollado cierto tabú hacia las matemáticas, sobre todo por la opinión de padres, alumnos y docentes de otras áreas, basándose en la complejidad de esta disciplina que muchos denominan ciencia exacta.

Basta recordar que el hombre, en su decursar histórico, tuvo que acudir al mundo de los números para sintetizar las operaciones y hechos que cada vez más se interrelacionaban con su realidad circundante. Esto como imposición de la necesidad de subsistencia: contar objetos, contar personas, contar raciones de alimentos, etc. De ahí su evolución: del pensamiento concreto, al pensamiento abstracto, y del pensamiento abstracto, al concreto pensado.

Es por ello que cuando un profesor, llena la pizarra de números, símbolos o ecuaciones que el estudiante tiene que resolver, pero este estudiante, puede que no le encuentre la conexión con la vida o su utilización práctica, es una de las causas que la asignatura se le haga tediosa, monótona y forzada.

Sin embargo, un aliado eficaz de esta asignatura responde a la utilización adecuada de los materiales didácticos que refuerzan notablemente su asimilación, y con ello, su valor práctico. Por ejemplo, los materiales audiovisuales, juegan un gran papel en las operaciones mentales del estudiante sobre todo en la relación de los pensamientos: abstracto-concreto pensado.

En un artículo sintetizado por Vergara (2017), resume los estadios por los que transita el niño en su desarrollo mental retomando lo planteado por Piaget:

- Etapa sensorio-motora: la cual abarca desde el nacimiento hasta los 2 años.
- Etapa pre-operacional: desde los 2 años hasta los 7 años aproximadamente.
- Etapa operaciones concretas: de 7 a 11 años aproximadamente y

- Etapa operaciones formales: que comienza en la adolescencia y se extiende hasta la edad adulta

Es decir, que el niño, desde las primeras etapas comienza a establecer relaciones y luego es capaz de representarlas simbólicamente. De esto surge la siguiente pregunta: ¿la matemática no asienta sus bases en las relaciones y representaciones para convertirlas en conceptos generalizadores con resultados exactos? Desde luego, el niño establece estas relaciones simples a través de la comparación cualitativa, por ejemplo: un león es más grande que un gato, mi abuelo tiene más cabello que el tuyo. Pero, ¿cuántas veces? Esto se relaciona al campo de las categorías filosóficas: de lo cualitativo a lo cuantitativo, que corresponde a una forma más acabada de la realidad objetiva.

Al retomar la esencia del tema sobre los materiales didácticos que encabeza este artículo, cabe observar que, cuando el niño es capaz de establecer la relación entre león y gato, utiliza como material didáctico una lámina de un libro o una visita al zoológico, ya que sin saber de la existencia y características de ambos animales, le es imposible establecer esa relación. En el segundo caso, la comparación entre las cabezas de sus respectivos abuelos; por lo que se infiere que estos conceptos cualitativos no surgieron de la nada, nacieron de las comparaciones concretas visuales, que constituyen la base de la matemática. Por tanto, cuando al alumno se le plantea, digamos la ecuación que define el isocronismo del péndulo simple de Galileo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Donde T significa período de oscilación, l la longitud de la cuerda, g la

aceleración de la gravedad, y π la constante universal conocida.

Y en la referida ecuación se pide el valor de g, el estudiante debe saber para qué le sirve, o sea, su valor práctico. Esto también obedece a un vínculo didáctico de utilidad práctica que nos describe a la naturaleza.

Si generalizamos lo anterior, podemos afirmar que, los materiales didácticos como herramienta, sirven para modelar la realidad de lo conocido concreto, siendo más viable el conocimiento para que busque una aplicación como la anterior. Insistimos: pasar del cómo al para qué.

Las conexiones mentales reforzadas por los materiales didácticos, ofrecen a un sin número de ventajas en el campo del saber matemático. O si no, observemos cuántas personas utilizan los dedos cuando nos narran las ciudades que han visitado, o la ganancia del día en su trabajo del mercado. Esos son recursos didácticos espontáneos que obedecen a la necesidad.

En suma, la tesis que sirve de base a este artículo señala, en parte de su título, algo que resulta casi axiomático, pues trata del rendimiento académico como producto de la correcta utilización de los materiales didácticos para el aprendizaje de la matemática.

1. El papel de los sentidos durante el aprendizaje

En el acto de enseñar y en el de aprender, hay una relación biunívoca (entre receptor y transmisor) imprescindible, y le corresponde tanto a profesores como a alumnos. Evitar que se rompa esta relación que comienza precisamente con el desarrollo de los sentidos. Precisamente, en el acto de enseñar y aprender, ponemos en tensión nuestros cinco sentidos, aunque hay dos de ellos (visión y audición) que han constituido la base necesaria de reforzamiento para este importante acto. Se puede decir que en los mismos se apoyan las funciones didácticas principales, aunque, cuando se carece de uno o dos de dichos sentidos, el pedagogo utiliza procedimientos que se estudian en la Enseñanza Especial.

Volviendo a retomar el caso de los sentidos y su papel en el aprendizaje, desde hace algún tiempo se establecen jerarquías sobre su importancia, como, por ejemplo, en un artículo de Zamora (2019) del cual exponemos un fragmento:

En 1760, el filósofo Immanuel Kant propuso que nuestro conocimiento del mundo exterior depende de nuestras formas de percepción. Para definir lo que es "extrasensorial" necesitamos definir lo que es "sensorial". Tradicionalmente, hay cinco sentidos humanos: vista, olfato, gusto, tacto, y audición. Cada uno de los sentidos consiste de células especializadas que tienen receptores que reaccionan a estímulos específicos. Estas células están conectadas por medio del sistema nervioso al cerebro. Las sensaciones se detectan en forma primitiva en

las células y se integran como sensaciones en el sistema nervioso. La vista es probablemente el sentido más desarrollado de los seres humanos, seguido inmediatamente por la audición. (p.17)

En la época de Kant hasta la fecha, casi todos los patrones de comunicación como la escritura, la lectura, los anuncios comerciales y hasta los medios “subliminales” de propaganda, se enfocan en el sentido visual. Luego, en ese orden, le sigue la audición, la cual también puede jugar un papel importante en la confección y uso de los materiales didácticos como aliados del aprendizaje.

De acuerdo a algunas mediciones realizadas en centros de enseñanza peruanos, (ya que estas cambian ligeramente por épocas y países), los sentidos que más utilizamos para reforzar las clases a través de los medios de enseñanza, oscilan en este rango cualitativo:

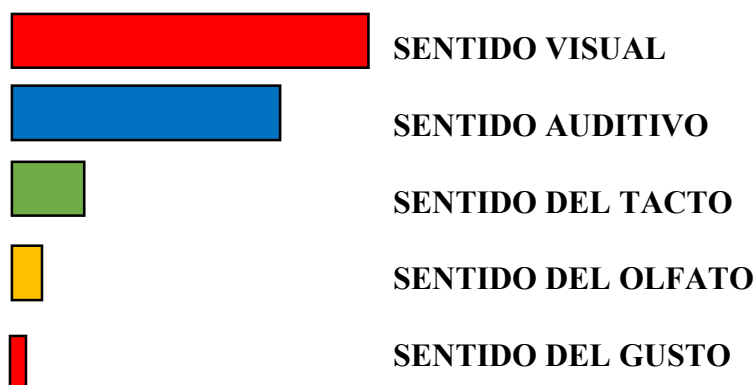


Figura 1. Representación simbólica de la jerarquía de los sentidos,0 en el orden de enseñar, (elaboración propia).

De la misma forma que en otros actos de la vida misma, los sentidos visuales y auditivos, ocupan un lugar predominante, y en la didáctica no son menos importantes. Es por ello que, cuando los medios de enseñanza se explotan adecuadamente y se ponen en tensión en función del alumno, resultan un magnífico aliado durante el proceso enseñanza aprendizaje. (No por gusto, al hablar de los componentes del proceso docente educativo, entre los objetivos, métodos, procedimientos y evaluación, muchos pedagogos también sitúan a los medios de enseñanza, por algunos llamados “medios audiovisuales”).

Sin embargo, con el fin de reforzar el aprendizaje, entre otras cosas, hay quienes explotan otros sentidos adicionales como en el caso específico del sistema Montessori. Al respecto, cabe una breve semblanza de este sistema, que, surgido hace unos 100 años, ahora vuelve a rescatar su vigencia.

María Montessori fue médico y pedagoga, nacida a finales del siglo XIX en Italia. Ella renovó la enseñanza a través de métodos activos que hoy todavía se aplican en gran parte del mundo y durante la etapa preescolar y primaria. La respuesta del niño sostenía su apoyo en la activación a través del propio alumno, quien no se limitaba a escuchar y ver; también aprendía haciendo. Para ello, utilizaba medios de enseñanza específicos que incluían el tacto y el olfato. Esto permitía, que el alumno aprendiera descubriendo a través de su propia elaboración bajo la guía del docente.

En este sistema, el docente prepara las condiciones objetivas concatenadas para que el alumno resuelva un problema usando fundamentalmente tres de sus cinco sentidos en vez de dos. La complejidad de las acciones, tienen un orden lógico acumulativo, cumpliendo así las operaciones demostradas y planteadas en los principios didácticos, es decir de lo sencillo a lo complejo. De esta forma, durante las clases de matemática, hace una asociación armónica entre objeto y símbolo, manipulando los primeros, e identificando los segundos mediante el proceso de asociación. Para ello, cuenta con un set de materiales que logra identificar y ordenar debidamente de acuerdo a la operación matemática que ha de realizar.



Figura 2. Niño en el sistema Montessori, aprendiendo matemática (la foto es cortesía del Centro Kreatividad, en el distrito de La Molina).

2. Antecedentes y papel de los materiales didácticos en la enseñanza

Hay varios ejemplos históricos sobre el acto de enseñar. Se tiene conocimiento de ello desde las pinturas rupestres de la comunidad primitiva, hasta los papiros egipcios elaborados hace miles de años, los cuales, a través de su escritura, narraban algo o dejaban un mensaje para la posteridad, pero mucho tiempo después, refiriéndonos a nuestro mundo occidental, hay que mencionar a la escuela peripatética de Aristóteles, surgida (340 a. C).

La escuela consistía en un círculo filosófico formado por sus discípulos que caminaban en grandes círculos alrededor del perímetro de un enorme jardín de la Grecia antigua, haciéndose preguntas acerca de la vida y de los hechos. Por cierto, la escuela aristotélica fue continuadora de Pitágoras de Samos (475 a. C) quien se destacó notablemente en las

matemáticas. El conocido Teorema de Pitágoras nunca ha sido refutado y hasta los tiempos actuales, sirve de gran utilidad.

Al retomar a los sabios, en la escuela peripatética, los participantes preguntaban y respondían de todo (desde la aparición de las estrellas, hasta los cambios en las políticas). También se dice que para ilustrar mejor una explicación de esos hoy llamados diálogos heurísticos, el propio Aristóteles, o cualquiera de sus seguidores, marcaba figuras y símbolos con una rama, en la arcilla o el suelo arenoso. Pudiera decirse que de esa forma surgió el primer material didáctico.

Sin embargo, se le atribuye a Jan Amos Comenius en el siglo XVII (el fundador de la pedagogía moderna), la utilización del libro de texto y la pizarra como primeros materiales didácticos. A Comenius se le considera el padre de esta ciencia, porque, a pesar de que antes de él se enseñara de una forma o de otra (incluso el genial Leonardo Da Vinci practicaba la disección de cadáveres con fines didácticos), el pedagogo de origen checo fue quien organizó sistemas de enseñanza y estableció un lugar adecuado para desarrollar la enseñanza (hoy conocido como aula). Su obra *Didáctica magna* es un libro muy recurrido y conocido en los círculos educacionales.

Al igual que todo, en la sociedad, los materiales didácticos han ido evolucionando a través de los tiempos, sin embargo, se siguen apoyando principalmente en los aspectos visuales y auditivos. Actualmente son muchos los autores y varias las recomendaciones para el uso de los materiales didácticos. Los autores de este trabajo, basándose en su tesis de maestría hacen una breve compilación de estas recomendaciones:

1. El material didáctico debe actuar como un modelo, o, lo que es lo mismo, debe servir de apoyo a lo que pretende explicar el profesor para no caer en el error de que el material sea más complejo de entender que lo que se desea explicar. En esto también se cumple el principio didáctico de asequibilidad.
2. A la hora de utilizarlo, el profesor debe ser muy cuidadoso en su orden y selección, ya que, a veces el maestro, llena la mesa de medios como si fuera una exposición. Es por eso que se deben ordenar, y solo escoger aquellos que se van a usar.

3. Es bueno que en las clases de matemática, siempre haya cartabones colgados, reglas, compases y semicírculos de tamaño didáctico, al borde o lados de la pizarra para utilizarlos en el momento oportuno.

4. El profesor debe demostrar destrezas en la utilización de estos instrumentos y evitar el dibujo a mano alzada.

5. El profesor siempre debe considerar que el uso de la “multimedia” es un aliado o medio más, dentro de la clase. A veces se da el caso de clases que solo se imparten a base de este medio, y el docente se limita a leer lo que le enseña el proyector. Por eso vale la frase: “La tecnología en función del profesor, y no, el profesor esclavo de la tecnología”.

Como es muy conocido entre los pedagogos, los materiales didácticos constituyen una formidable herramienta en el acto de enseñar y aprender, a tal punto que cada día se enriquecen y perfeccionan más.

3. Un interesante material didáctico para la geometría del espacio

Como sabemos, nuestra representación mental es plana, ya que escribimos en cuadernos atendiendo solo dos dimensiones, leemos en dos dimensiones, nuestro televisor generalmente es plano y cuando escribimos una ecuación en la pizarra lo hacemos también en dos dimensiones. Trabajar en dos dimensiones siempre ha resuelto nuestros problemas de las representaciones visuales, pero no nos ofrece una información completa de nuestro objeto de estudio.

Por ejemplo, en las fábricas de automóviles, cuando se concibe un nuevo modelo de coche, el diseñador hace un dibujo en diferentes vistas isométricas y planas. Luego, un personal especializado hace una réplica en arcilla apelando a las tres dimensiones.



Figura 3. Modelo de tres dimensiones hecho de arcilla en una fábrica de automóviles (fuente <https://www.motorpasion.com/ford/>).

Lo que quiere decir que, trabajando en tres dimensiones, podemos tener una representación exacta de nuestra realidad, sin embargo, aunque se pierda información, nuestra mente desde las primeras edades, está adaptada al modelo plano por carecer de los medios materiales que se necesitan. Para esto proponemos el siguiente experimento: ordenemos a un niño de tercer o cuarto grado que dibuje una casa. Es posible que le coloque adornos, la coloree llamativamente, le agregue árboles a su alrededor, pero generalmente la dibujará así:

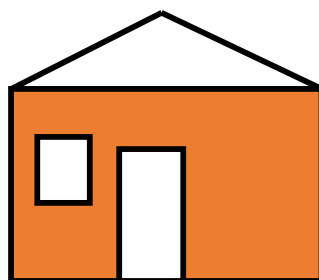


Figura 4. Cómo el niño representa generalmente una casa. (Fuente: Elaboración propia)

Como se observa su visión es plana, y podíamos decir más: la visión de todos nosotros es plana. Sin embargo surge la contradicción mental: vivimos en un mundo estereométrico (sometido a tres dimensiones espaciales) y nuestras representaciones las situamos en dos dimensiones. De ahí la complejidad surgida cuando estudiamos geometría del espacio. Por ello, en este artículo proponemos un método con materiales de muy fácil adquisición

(algunos desechables) con la gran ventaja de que el propio alumno sea el que accione, mediante vista y tacto, sobre su objeto de estudio.

Es decir, en este caso, proponemos un método constructivista para que el alumno accione sobre el material didáctico.

1) Pasos previos para el modelo:

a) Orientamos a los alumnos que traigan para la próxima clase varias varillas finas como las que se usan para los conocidos anticuchos peruanos.

b) Que lleven también un pequeño pedazo de plastilina.

2) En la clase:

a) Los alumnos tendrán listo sobre cada mesa, las varillas y la plastilina.

b) El profesor, mediante plumón y regla, dibujará isométricamente un cubo en la pizarra, pero estará utilizando un medio plano.

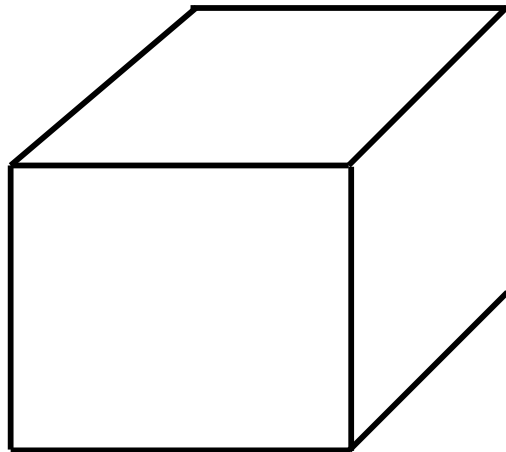


Figura 5. Trazado isométrico de un cubo en la pizarra plana. (Fuente: elaboración propia)

c) Luego ordenará que reproduzcan con los palitos y la plastilina esa figura geométrica (en este caso el cubo).

d) El alumno reproducirá el dibujo representado en el plano, estereométricamente así:

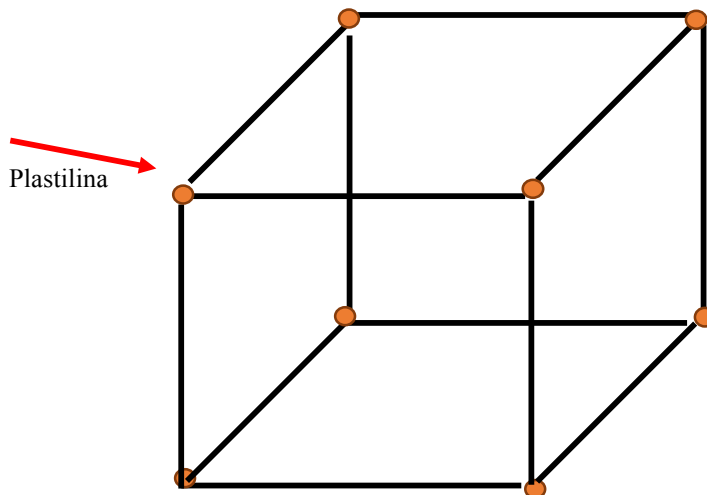


Figura 6 Construcción tridimensional por el alumno. (Fuente: elaboración propia)

Es decir, pueden reproducir la figura geométrica en tres dimensiones, accionando sobre el objeto y adquiriendo mucho más información de la realidad objetiva como planteó hace siglos Comenius.

e) A medida que vaya avanzando en el sistema de clases, puede hacer lo mismo con otras figuras geométricas algo más complejas, como por ejemplo: un tetraedro, una pirámide etc.

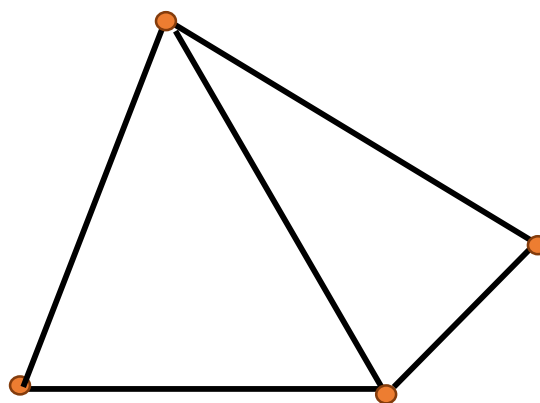


Figura 7. Construcción tridimensional por el alumno. (Fuente: elaboración propia)

Tetraedro

Y así, el alumno puede reproducir figuras geométricas con materiales simples y de fácil adquisición. Con ello está cumpliendo funciones constructivistas, pero a la vez, actuando con más de dos sentidos sobre el objeto de estudio. Sabido está que esto refuerza tanto el conocimiento como la habilidad.

Si hay otras figuras geométricas que no poseen aristas rectas definidas, como por ejemplo el cono, se puede auxiliar de cartulina, tijeras y goma de pegar.

4. Las aplicaciones didácticas y el papel de la matemática

Como se planteó al inicio, estas categorías parecen axiomáticas, ya que está demostrado que un buen uso de los materiales didácticos no solo cumplen un papel procedimental. Esto resulta un soporte de gran importancia durante el proceso docente educativo en la esfera cognitiva. Es por ello que muchos autores los sitúan dentro de los componentes de ese importante proceso.

En el caso de la matemática, por verse involucrada como factor aplicativo en las demás ciencias naturales, su aporte es muy valioso. En química, por ejemplo, cuando ya existía un modelo atómico, pero no estaba del todo clara la disposición de los elementos de la tabla periódica, el alemán Friedrich Hund en 1927, a base de modelos didácticos matemáticos, logró resolver el acertijo que le valió para el Premio Nobel con sus famosos orbitales en esta disposición. Muy conocida a nivel elemental aparecida en cualquier texto de Química Inorgánica

$$1 s^2$$

$$2 s^2 2p^6$$

$$3 s^2 3p^6 3d^{10}$$

$$4 s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}$$

Y así, con lo que al parecer es un acertijo matemático, logró darle una explicación coherente a la distribución electrónica por orbitales, por ende, la regla de Hund actuó como un magnífico material didáctico para la comprensión de este importante tema.

Otro tanto puede decirse de la teoría de la Relatividad General formulada por Albert Einstein cuando tuvo que hacer dos expediciones para comprobar el corrimiento de una estrella y ya. Él había aplicado genialmente las ecuaciones diferenciales para demostrar el hecho de forma eminentemente didáctica.

A lo largo de la historia científica se sobran los ejemplos en que la matemática de por sí, no solo actúa como herramienta de comprobación sobre los hechos y fenómenos, también ejerce un magnífico papel como material didáctico de comprobada exactitud para entender los hechos inherentes a otras ciencias.

Conclusiones

Consideramos que el presente trabajo puede servir de valiosa ayuda tanto a los docentes en ejercicio, como a aquellos que aspiran a serlo, ya que en el terreno de la abstracción, el ser humano de la edad que fuere, necesita de recursos tangibles para poder interpretar y darle sentido al mundo que lo rodea.

Precisamente, la matemática de por sí, juega un papel fundamental no solo en la comprensión de los hechos que nos llegan a través de nuestros sentidos, sino también en la aplicación derivada de su praxis. Por tanto, en el pensamiento del hombre, traducir las representaciones que la ciencia conlleva, significa la obligatoria necesidad de modelos didácticos para su total comprensión.

A nivel escolar o académico en general, estos modelos traducidos en materiales didácticos, constituyen el soporte insustituible para el verdadero aprendizaje de esta ciencia. Es por ello que utilizados correctamente contribuirán notablemente a desarrollar el pensamiento lógico y a su vez, aumentar el rendimiento académico de los alumnos.

Referencias

- Área, Manuel. (2004). *Los medios y las tecnologías de la educación*. Madrid: Pirámide.
- Beltrán, J. (1988). *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Cabero, Julio. (2001). *Tecnología educativa. Diseño y utilización de medios de enseñanza*. Barcelona: Paidós.
- Comenio, J. (1998). *Didáctica magna*. Octava edición Edic. México: Porrúa.
- Huertas Bazalar, W. (2004). *Tecnología educativa general*. Lima: San Marcos.
- Kaczynska, M. (1986). *El rendimiento escolar y la inteligencia*. Buenos Aires: Paidós.
- Novaez, M. (1986). *Psicología de la actividad escolar*. México: Iberoamericana.
- Piaget J. (2013). *Pensamiento concreto y abstracto*. Recuperado de:
<https://prezi.com/7ufkrsisxqd/pensamiento-concreto-y-pensamiento-abstracto/>
- Vergara, C. (2017). Antecedentes y conceptos clave acerca de la teoría del desarrollo cognitivo de Jean Piaget. *Piaget y las cuatro etapas del desarrollo cognitivo*. Recuperado de <https://www.actualidadenpsicologia.com/piaget-cuatro-etapas-desarrollo-cognitivo/>
- Zamora, A. (2019). Anatomía y estructura de los cinco sentidos del cuerpo humano. ScientificPsychic.com. Recuperada de
<https://www.scientificpsychic.com/workbook/sentidos-humanos.html>